| المستوى: الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد | مارس 2020 |
|---|---|
| اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات | المدة : 3.5 سا |

## التمرين الأول

المطلوب: اختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية المقترحة مبرّرًا الاختيار.

| | | | |
|---|---|---|---|
| التكامل $\int_{-2}^{2}\frac{x^2}{4}dx$ يساوي | ① $\frac{3}{4}$ | ② $0$ | ③ $\frac{4}{3}$ |
| إذا كان S الحيز المستوي المعرف بـ: $a \le x \le b$ و $0 \le y \le f(x)$ مع $S=1$ فإنّ: | ① $b=0$ و $a=-1$ و $f(x)=x$ | ② $b=e$ و $a=1$ و $f(x)=+\frac{1}{x}$ | ③ $b=2$ و $a=1$ و $f(x)=\frac{1}{x^2}$ |
| لتكن $f(x)=8x^3+1$ الدالة الأصلية لـ $f$ التي تنعدم من أجل $x=1$ معرفة بـ: | ① $F(x)=x^4+1$ | ② $F(x)=2x^4+x-3$ | ③ $F(x)=3x^4+1$ |

## التمرين الثاني

- لتكن الدالة $f$ المعرفة على $D_f=]1,+\infty[$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+1+\ln(x-1)$

$(C_f)$ هو تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1)- أحسب : $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ، ثم فسر هذه النتيجة هندسيا .

2)- بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ . ( نذكر أن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}$ )

3)- ادرس اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها .

4)- أ)- أحسب : $f(2)$

ب)- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]4,5;4,6[$ .

5)- أ)- أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$ .

ب)- أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$ .

## التمرين الثالث

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $N$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \alpha)$

1/ عين قيمة $\alpha$ التي من أجلها تكون $(u_n)$ متتالية ثابتة .

2/ نضع $\alpha = -1$ .

نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n + 1$

أ– بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب أكتب $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

جـ – بين أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة ثم عين نهايتها .

د– أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

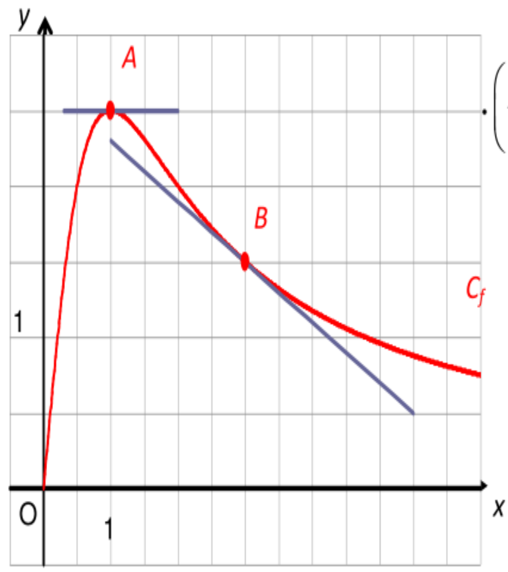
## التمرين الرابع

الشكل التالي هو التمثيل البياني $C_f$ لدالة $f$ معرفة و قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$ و $f'$ دالتها المشتقة.نعلم أن:

–محور الفواصل مقارب لــ $C_f$ عند $+\infty$ .

–المنحني $C_f$ يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة **A**.

–المماس لــ $C_f$ عند النقطة **B** يشمل النقطة التي إحداثياتها $\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$.




1. انطلاقا من المنحني $C_f$:

أ) عين $f'(1)$ و $f(0)$ و $f'(3)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

2. تعتبر الدالة $g$ المعرفة بــ : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

ا) حدد مجموعة تعريف الدالة $g$ .

ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة $g$ على مجموعة تعريفها

ج) احسب $g'(1)$ و $g'(3)$ .

بالتوفيق

أن تضيء شمعة صغيرة، خير لك من أن تنفق عمرك تلعن الظلام.

# التصحيح النموذجي

| الحل | رقم التمرين |
|---|---|
| 1) ⟵ جـ <u>01</u><br>2) ⟵ ب <u>01</u><br>3) ⟵ ب <u>01</u> | التمرين 1 |

**التمرين 2**

1)- $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 1} f(x) = -\infty$ ، ومنه $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x = 1$

2)- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x\left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{\ln(x-1)}{x}\right] = -\infty$ .

3)- من اجل كل $x$ من $D_f$: $f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{x-1} = \frac{-x+3}{x-1}$

- $f$ متناقصة على المجال : $]3,+\infty[$ ، $f$ متزايدةعلى المجال : $]1,3]$

جدول تغيرات الدالة $f$ :

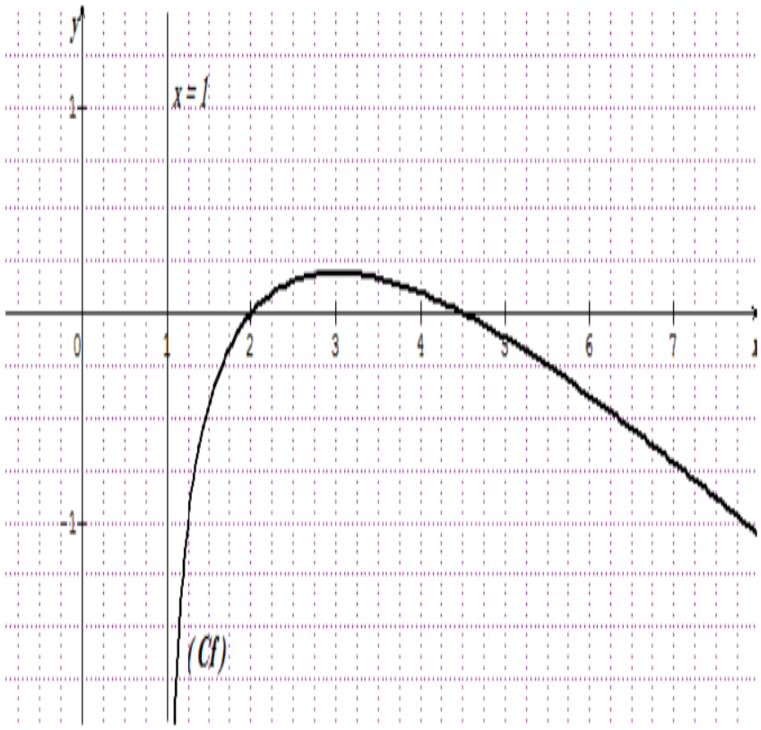
| $x$ | 3 | 1 | +∞ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | | - |
| $f(x)$ | -∞ ↗ | 0.2 | ↘ -∞ |

4)- أ)- $f(2) = 0$

بـ)- مبرهنة القيم المتوسطة :

5)- أ)- $(\Delta): y = f'(2)(x-2) + f(2) = \frac{1}{2}x - 1$

ب)- إنشاء $(\Delta)$و $(C_f)$ :




**التمرين 3**

قيمة $\alpha$ حتى تكون المتتالية $(u_n)$ ثابتة: $u_0=\frac{1}{2}(u_0+\alpha)$ بتعويض قيمة $u_0=1$ نجد $\boxed{\alpha=1}$

إثبات أن المتتالية $(v_n)$ هندسية :من أجل كل عدد طبيعي : $v_{n+1}=u_{n+1}+1$

نجد : $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ ومنه أساس المتتالية $(v_n)$ هو : $q=\frac{1}{2}$ حيث $v_0=2$

كتابة $v_n$ ثم $u_n$ بدلالة $n$ : $\boxed{v_n=2(\frac{1}{2})^n}$ و $\boxed{u_n=2(\frac{1}{2})^n-1}$ من أجل كل عدد طبيعي $n$

من N

نهاية المتتالية $u_n$ تتقارب نحو $(-1)$

| | |
|---|---|
| **التمرين** 4 | $f(0)=0$ ، $f'(1)=0$ ، $f'(3)=\frac{1.5-0.5}{3-5.5}=\frac{-2}{5}$<br>الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[0,1]$ ومتناقصة تماما على المجال $[1,+[$<br>مجموعة تعريف الدالة $g$: $]0,+[$<br>اتجاه تغيرات الدالة $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ :<br>**من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0,+[$** : $g'(x)=\frac{-f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}$<br>**حساب** $g'(1)$ : $g'(1)=0$<br>حساب $g'(3)$ : $g'(3)=\frac{4}{15}$ |